Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации, № 4(16), 2014 г., [204–212]

УДК 532.542

Л. И. Высоцкий
Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А., Саратов, Российская Федерация

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ФОРМУЛ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДАРСИ ПРИ РАСЧЕТЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОСРЕДНЕННЫХ СКОРОСТЕЙ

В статье излагаются результаты сопоставительного анализа формул для определения значения коэффициента Дарси в продольно-однородных турбулентных потоках (круглых трубах). С этой целью были использованы старые (традиционные) их варианты и новейшие, полученные на установках с использованием «принстонской» и «орегонской» труб, а также с применением современных высокоточных измерительных методик. Сопоставление с опытными данными, полученными на уникальных установках, позволило сформулировать соответствующие рекомендации по применению формул тех или иных авторов.

Ключевые слова: гладкие трубы, коэффициент Дарси, распределение осредненных скоростей, аэродинамические трубы, сжиженные газы.

L. I. Vysotskiy
Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russian Federation

GUIDANCE FOR THE USE OF FORMULAS FOR DARCY COEFFICIENT CALCULATING THE DISTRIBUTION OF AVERAGED VELOCITIES

The article presents the results of comparative analysis of formulas to determine the value of Darcy coefficient in longitudinally uniform turbulent flows (round pipes). For this purpose the old (traditional) formulas and the latest ones obtained by the Princeton “Superpipe” and Oregon device, as well as modern precision measuring techniques were used. Comparison with the experimental data obtained by the unique installations has allowed laying down guidance for the use of formulas created by different authors.

Ключевые слова: smooth pipes, Darcy coefficient, distribution of averaged velocities, wind tunnel, liquefied gases.

Введение

В предыдущих публикациях автора в соавторстве с И. С. Высоцким [1, 2] предложен новый метод расчета распределения осредненных скоростей в продольно-однородных турбулентных потоках (ПОТП), в частности круглых трубах. Вычислительная процедура предусматривает введение в качестве исходных данных значения числа Рейнольдса Re_d и относительной эквивалентной шероховатости Δ/r_0, где Δ – высота выступов эквивалентной шероховатости, r_0 – радиус трубы.

Существенную роль в вычислительном процессе играет значение коэффициента Дарси λ. Известно, что в общем случае при равномерном течении в круглых трубах коэффициент Дарси зависит от числа Re_d и Δ / r_0.

В случае гладких труб, то есть при $\Delta = 0$, как широко известно, коэффициент Дарси определяется лишь значением числа Рейнольдса. Естественно, пользователь, желающий произвести расчет распределения осредненных скоростей в ПОТП, нуждается в рекомендациях относительно использования формул для определения коэффициента Дарси, соответствующего исходным данным (при гладких трубах это значение числа Рейнольдса Re_d). На протяжении более двухсот лет многие исследователи пытались установить связь между λ и Re_d при условии $\Delta = 0$. Подобные исследования продолжаются до сих пор. В последнее время были проведены дополнительные уникальные опыты по определению зависимости коэффициента Дарси от числа Рейнольдса с использованием «принстонской» и «орегонской» труб. Результаты этих опытов опубликованы в трудах R. J. Donnelly, G. G. Ihas, B. J. McKoen, A. J. Smits, C. J. Swanson, M. V. Zagarola [3–6].

Соответствующая обработка опытных данных позволила получить новые результаты, которые приведены ниже. Авторами этих исследований были проведены оценки точности предложенных и некоторых из существующих формул. Эти данные примем далее во внимание. К числу наиболее известных достижений в этой области отнесем лишь следующие результаты (их число при желании можно существенно расширить) в виде формул:

- формула Блазиуса:

$$\lambda_{\text{Б}} = \frac{0{,}3164}{\mathrm{Re}_d^{0.25}}; \tag{1}$$

- формула И. Никурадзе [7], которую предлагается использовать при больших числах:

$$\lambda_{\text{Н}} = 0{,}0032 + \frac{0{,}221}{\mathrm{Re}_d^{0.237}}; \tag{2}$$

- формула Кольбрука [8], которая при условии $\Delta = 0$ имеет вид:

$$\lambda_{К} = 1{,}3225/[\ln(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}_d{}^{\sqrt{\lambda_K}}})]^2; \tag{3}$$

- формула, приведенная в работах B. J. McKoen, A. J. Smits, M. V. Zagarola [4]:

$$\lambda_{Z1} = [0{,}839 \cdot \ln(\mathrm{Re}_d \cdot \sqrt{\lambda_{Z1}}) - 0{,}537]^{-2}; \tag{4}$$

- уточненная формула для больших чисел Рейнольдса [5]:

$$\lambda_{Z2} = [0{,}813 \cdot \lg(\mathrm{Re}_d \cdot \sqrt{\lambda_{Z2}}) - 0{,}241 - 233/(\mathrm{Re}_d \cdot \sqrt{\lambda_{Z2}})^{0,9}]^{-2}. \tag{5}$$

Формула Блазиуса была получена им в 1908 г. в предположении, что осредненные скорости распределяются в круглой трубе по степенному закону с показателем степени $n = 1/7$. Имеются различные рекомендации, ограничивающие область применимости формулы Блазиуса для гладких круглых труб по диапазону допустимых значений числа Рейнольдса. Наиболее распространенные рекомендации сводятся к следующим указаниям:

а) $2300 < \mathrm{Re}_d < 10\frac{\Delta}{d}$;

б) $4000 < \mathrm{Re}_d < 10\frac{\Delta}{d}$;

в) $4000 < \mathrm{Re}_d < 40\frac{\Delta}{d}$;

г) $4000 < \mathrm{Re}_d < 100000$.

Заметим, что указания типа а), б), в) плохо обусловлены. На самом деле, при гладких трубах, то есть при $\Delta = 0$, получается, что эти условия справа переходят в требование $\mathrm{Re}_d < \infty$. Другими словами, выходит, что формула Блазиуса справедлива во всем диапазоне значений числа Рейнольдса, в то время как сам Блазиус ограничил применимость своей формулы значениями $\mathrm{Re}_d < 100000$.

Формула Кольбрука – Уайта [8] была предложена в 1939 г. и относится к универсальным формулам, то есть к формулам, которые можно использовать как при гладких, так и при шероховатых стенках и при доквадратичной зоне сопротивления. Однако эта формула, как и ей подобные (А. Д. Альтшуля например), имеет асимптотический характер и в силу этого должна иметь условие, ограничивающее ее применение по числу Рейнольдса. Как известно, таким условием является значение критического числа Рейнольдса, соответствующего наступлению квадратичной зоны сопротивления, например в виде:

$$(\mathrm{Re}_d)_{\text{кв}} = 500\frac{\Delta}{d}.$$

В предыдущей публикации автора (2011) [1] это условие, полученное при обработке результатов вычислительного эксперимента, имеет схожую структуру:

$$(\mathrm{Re}_d)_{\text{кв}} = 400\frac{\Delta}{d}.$$

Оно было несколько уточнено и представлено в виде:

$$(\mathrm{Re}_d)_{\text{кв}} = \mathrm{e}^{[5,27-1,246\cdot\ln\Delta/r_0-0,0077\cdot(\ln\Delta/r_0)\cdot2]}. \qquad (6)$$

Все критерии удовлетворяют естественному условию: при $\Delta = 0$ $\mathrm{Re}_d < \infty$.

Результаты сопоставительного анализа

Наиболее известными исследованиями зависимости коэффициента Дарси, выполненными в последнее время, являются опыты, осуществленные группами исследователей в Орегоне [5] и Принстоне [3, 4] с использованием аэродинамических труб. Разница в их размерах значительна. Если в Принстоне масса аэродинамической трубы (superpipe) составляла примерно 25 тонн, то в Орегоне масса трубы составляла всего около 1 унции (≈ 30 граммов). В Принстоне в качестве рабочей среды использовался сжатый воздух. В Орегоне при сравнительно небольших значениях числа Рейнольдса использовались гелий, кислород, азот и др., а при больших – жидкий гелий [5]. Несмотря на грандиозное различие в размерах установок, результаты исследований имеют достаточно малые расхождения. Полагая, что при получении цитируемых результатов использовалась наиболее совершенная техника проведения опытов и обработки полученных данных, проведем сопоставительный анализ применения приведенных ранее формул (1)–(6) для расчета значений коэффициента Дарси. Сопоставление выполним в табличной форме с указанием процентов расхождения расчетных и опытных данных (таблицы 1, 2).

Анализ табличных данных позволяет сделать ряд заключений:

- сделанное в 1908 году Блазиусом предположение о степенном законе распределения осредненных скоростей при $n = 1/7$ обеспечивает расхождение с орегонскими опытными данными в пределах 2 % при диапазоне изменения значений числа Re_d от 3000 до 140000. По принстонским данным та же формула дает тот же разброс до $\mathrm{Re}_d = 145000$ (в таблице 2 условные границы выделены жирными линиями);

- формула И. Никурадзе, как и предполагал ее автор, дает результаты с разбросом не более 3 % в диапазоне значений чисел Рейнольдса от 30000 до 587000 (при сопоставлении с орегонскими данными). В случае принстонских данных – с тем же разбросом в диапазоне чисел Рейнольдса от 74000 до 1000000;

- формула Кольбрука – Уайта с той же точностью соответствует орегонским данным при значениях чисел Рейнольдса более 3000, а принстонским данным – при значениях чисел Рейнольдса от 31000 до 30000000;

- формула (4) при том же разбросе соответствует диапазону значений числа Рейнольдса от 3000 до 587000 с орегонскими данными и диапазону от 31000 до 35000000 – с принстонскими данными, причем при $31000 < \mathrm{Re}_d < 30000000$ расхождение с опытными данными не превышает 1 %;

- формула (5) рекомендована для применения при числах Рейнольдса Re_d, больших 74000, в этом случае она приводит к погрешности, меньшей 1 %; неплохие результаты (с погрешностью в пределах 3 %) она дает и при значениях Re_d, превышающих 6000 (по орегонским данным).

Таблица 1 – Сопоставление расчетных и опытных данных применительно к условиям опытов в Принстоне [3, 4]

$Re \cdot 10^{-4}$	$\lambda \cdot 10^2$	$\lambda_К \cdot 10^2$	%	$\lambda_Н \cdot 10^2$	%	$\lambda_4 \cdot 10^2$	%	$\lambda_5 \cdot 10^2$	%	$\lambda_Б \cdot 10^2$	%
3,131	2,364	2,32	–1,86	2,22	–6,09	2,32	–1,86	2,34	–1,02	2,38	0,68
4,144	2,216	2,18	–1,62	2,10	–5,23	2,18	–1,62	2,19	–1,17	2,22	0,18
5,636	2,061	2,03	–1,50	1,97	–4,42	2,04	–1,02	2,04	–1,02	2,05	–0,53
7,397	1,929	1,91	–0,98	1,87	–3,06	1,92	–0,47	1,92	–0,47	1,92	–0,47
9,846	1,815	1,80	–0,83	1,77	–2,48	1,81	–0,28	1,81	–0,28	1,79	–1,38
14,56	1,666	1,66	–0,36	1,64	–1,56	1,68	0,84	1,67	0,24	1,62	–2,76
18,48	1,594	1,58	–0,88	1,57	–1,51	1,60	0,38	1,60	0,38	1,53	–4,02
22,96	1,529	1,52	–0,59	1,50	–1,90	1,54	0,72	1,53	0,07	1,44	–5,82
30,85	1,461	1,44	–1,44	1,42	–2,81	1,45	–0,75	1,45	–0,75		
40,81	1,384	1,36	–1,73	1,35	–2,46	1,38	–0,29	1,38	–0,29		
53,78	1,324	1,30	–1,81	1,29	–2,57	1,32	–0,30	1,32	–0,30		
75,07	1,249	1,22	–2,32	1,22	–2,32	1,24	–0,72	1,24	–0,72		
102,4	1,183	1,15	–2,79	1,15	–2,79	1,18	–0,25	1,18	–0,25		
134,2	1,131	1,11	–1,86	1,10	–2,74	1,13	–0,09	1,13	–0,09		
179,1	1,079	1,05	–2,69	1,05	–2,69	1,08	0,09	1,08	0,09		
235,2	1,028	1,01	–1,75	1,00	–2,72	1,03	0,19	1,04	1,17		
310,9	0,989	0,965	–2,43	0,959	–3,03	0,986	–0,30	0,993	0,40		
443,8	0,941	0,913	–2,98	0,908	–3,51	0,934	–0,74	0,942	0,11		
610,3	0,897	0,870	–3,01	0,865	–3,57	0,891	–0,67	0,900	0,33		
775,7	0,862	0,839	–2,67	0,835	–3,13	0,861	–0,12	0,870	0,93		
1031	0,825	0,805	–2,42	0,801	–2,91	0,826	0,12	0,836	1,33		
1368	0,798	0,773	–3,13	0,770	–3,51	0,794	–0,50	0,804	0,75		
1830	0,767	0,742	–3,26	0,740	–3,52	0,763	–0,52	0,773	0,78		
2413	0,740	0,714	–3,51	0,713	–3,65	0,735	–0,68	0,745	0,68		
3015	0,720	0,693	–3,75	0,693	–3,75	0,713	–0,97	0,724	0,56		
3554	0,708	0,678	–4,24	0,679	–4,10	0,698	–1,41	0,709	0,14		

Таблица 2 – Сопоставление расчетных и опытных данных применительно к условиям опытов в Орегоне [5]

$Re \cdot 10^3$	$\lambda \cdot 10^2$	$\lambda_К \cdot 10^2$	%	$\lambda_Н \cdot 10^2$	%	$\lambda_4 \cdot 10^2$	%	$\lambda_5 \cdot 10^2$	%	$\lambda_Б \cdot 10^2$	%
2,227	3,405	4,70	38,0	3,88	14,0	4,64	36,3	6,01	76,51	4,61	35,39
2,554	3,091	4,57	47,9	3,76	21,6	4,45	44,0	5,58	80,52	4,45	43,97
2,868	2,804	4,40	56,9	3,67	30,9	4,30	53,4	5,26	87,59	4,32	54,07
2,903	3,182	4,39	38,0	3,66	15,0	4,28	34,5	5,23	64,36	4,31	35,45
2,926	3,846	4,68	21,7	3,65	–5,10	4,27	11,0	5,21	35,47	4,30	11,80
2,955	3,363	4,36	29,7	3,65	8,53	4,26	26,7	5,19	54,33	4,29	27,56
2,991	4,124	4,35	5,48	3,64	–11,7	4,25	3,06	5,16	25,12	4,28	3,78
2,997	3,500	4,34	24,0	3,63	3,71	4,24	21,1	5,15	47,14	4,28	22,29
3,047	3,875	4,32	11,5	3,62	–6,58	4,22	8,90	5,11	31,87	4,26	9,94
3,080	4,285	4,31	0,58	3,61	–15,8	4,21	–1,75	5,09	18,79	4,25	–0,82
3,264	4,260	4,23	–0,70	3,57	–16,2	4,14	–2,82	4,95	16,20	4,19	–1,64
3,980	3,995	3,99	–0,13	3,42	–14,4	3,91	–2,13	4,53	13,39	3,98	–0,38
4,835	3,797	3,77	–0,71	3,28	–13,6	3,70	–2,55	4,17	9,82	3,79	–0,18
5,959	3,610	3,55	–1,66	3,14	–13,0	3,50	–3,05	3,85	6,65	3,60	–0,28
8,162	3,364	3,26	–3,09	2,93	–12,9	3,22	–4,28	3,44	2,26	3,33	–1,01
10,90	3,088	3,01	–2,53	2,76	–10,6	2,98	–3,50	3,13	1,36	3,10	0,39
13,65	2,903	2,84	–2,17	2,63	–9,40	2,82	–2,86	2,92	0,59	2,93	0,93
18,99	2,670	2,62	–1,87	2,46	–7,87	2,60	–2,62	2,66	–0,37	2,70	1,12
29,43	2,386	2,35	–1,51	2,25	–5,70	2,35	–1,51	2,38	–0,25	2,42	1,42
40,85	2,086	2,18	4,51	2,10	0,67	2,18	4,51	2,20	5,47	2,23	6,90
59,22	2,000	2,01	0,50	1,95	–2,50	2,02	1,00	2,02	1,00	2,03	1,50
84,76	1,805	1,86	3,05	1,82	0,83	1,87	3,60	1,87	3,60	1,85	2,49
120,0	1,686	1,73	2,61	1,70	0,83	1,74	3,20	1,74	3,20	1,70	0,83
176,0	1,594	1,60	0,38	1,58	–0,88	1,62	1,63	1,61	1,00	1,54	–3,39
239,7	1,511	1,51	–0,07	1,50	–0,73	1,53	1,26	1,52	0,60	1,43	–5,36
298,2	1,462	1,44	–1,50	1,43	–2,19	1,46	–0,14	1,46	–0,14	1,35	–7,66
467,8	1,365	1,33	–2,56	1,32	–3,30	1,35	–1,10	1,35	–1,10	1,21	–11,4
587,5	1,313	1,28	–2,51	1,27	–3,27	1,30	–0,99	1,30	–0,99	1,14	–13,2

В результате выполненного сопоставительного анализа по установлению соответствия рассмотренных формул новейшим опытным данным, полученным с использованием современных высокоточных измерительных методик, выявлено, что формулы (4) и (5), предложенные авторами новейших опытов [3–6], имеют наивысшую точность. При числах Рейнольдса, больших 145000, некоторое преимущество имеет формула (5).

Одновременно можно выразить восхищение результатами, полученными авторами формул (1), (2) и (3), скрупулезностью и ответственностью их подходов к решению проблемы.

При реализации предложенного автором в 2005 г. метода расчета распределения осредненных скоростей в круглых трубах [2] рекомендуется использование зависимости коэффициента Дарси от числа Рейнольдса, выраженной формулой Кольбрука – Уайта, так как изложенный выше анализ подтверждает правильность ее выбора для этой цели. Она лишь немногим уступает формуле (4), но применима не только для гладких труб, но и для квадратичной зоны сопротивления. Особо подчеркнем, что при расчете распределения скоростей по предлагаемому методу можно использовать и результаты непосредственного определения коэффициента Дарси опытным путем.

Список использованных источников

1 Высоцкий, Л. И. Продольно-однородные осредненные турбулентные потоки / Л. И. Высоцкий, И. С. Высоцкий. – Саратов: СГТУ, 2011. – 560 с.

2 Высоцкий, Л. И. Построение сквозной для всех зон сопротивления формулы для распределения осредненных скоростей в продольно-однородных турбулентных потоках / Л. И. Высоцкий // Совершенствование методов гидравлических расчетов водопропускных и очистных сооружений: межвуз. науч. сб. / СГТУ. – Саратов: СГТУ, 2005. – С. 7–65.

3 Nikuradze, J. Gezetzmassgkeiten dez turbulenten Stromung in glatten Rohren / J. Nikuradse // VDI. Forschungsheft. – 1932. – № 356 // Рус. пер. в сб.: Проблемы турбулентности / под ред. М. А. Великанова, Н. Т. Швейковского. – М. – Л.: ОНТИМ, 1936. – С. 75–150.

4 Colebrook, C. F. Turbulence flow in pipes with particular Reference to the transition region between the smooth and rough pipe lines / C. F. Colebrook // Journal of Institute of Civil Engineering. – 1939. – P. 133–156.

5 Friction factor for smooth pipe flow / B. J. McKoen, C. J. Swanson, M. V. Zagarola,

R. J. Donnelly, A. J. Smits // J. Fluid Mech. – 2004. – V. 511. – P. 41–44.

6 McKoen, B. J. A new friction factor relationship for fully developed pipe flow / B. J. McKoen, M. V. Zagarola, A. J. Smits // J. Fluid Mech. – 2005. – V. 538. – P. 429–443.

7 Pipe flow measurement over a wide range of Reynolds numbers using liquid helium and various gases / C. J. Swanson, B. Julian, G. G. Ihas, R. J. Donnelly // J. Fluid Mech. – 2002. – V. 461. – P. 51–60.

8 Zagarola, M. V. Mean-flow sca1ing of turbulent pipe flow / M. V. Zagaro1a // Journal of F1uid Mechanics. – 1998. – Vol. 373. – P. 33–79.

Высоцкий Лев Ильич – доктор технических наук, профессор, профессор, заслуженный деятель науки и техники РСФСР, Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А., Саратов, Российская Федерация.
Контактный телефон: (845) 228-89-38.
E-mail: vysotli@yandex.ru

Vysotskiy Lev Ilich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor, Honored Scientist of the RSFSR, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russian Federation.
Contact telephone number: (845) 228-89-38.
E-mail: vysotli@yandex.ru