УДК 627.83,532.507

Л. И. Высоцкий, И. А. Бабкин (ФГБОУ ВПО «СГТУ им. Гагарина Ю. А.»)

НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОСТЕЙШИХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

В статье излагается подход к установлению искомых соотношений осредненных параметров турбулентных продольно-однородных потоков. Он базируется не на результатах физических экспериментов, а на переходе к вычислительному эксперименту с использованием ПЭВМ. Как показано, с этой целью достаточно иметь хорошо обусловленную исходную закономерность. С ее помощью, как правило, легко составляется искомое соотношение. Последнее анализируется с помощью ПЭВМ в любых (разумных) диапазонах изменения глобальных параметров (числа Рейнольдса и относительной шероховатости в данном случае). Этот подход не требует сооружения дорогостоящих экспериментальных установок и позволяет получить на выходе искомые соотношения в требуемой (графической или аналитической) форме. Этот подход проиллюстрирован на примере поиска соотношения максимальной и средней скоростей в осредненном продольно-однородном потоке. В качестве базового соотношения выбрана новая формула, подробное обоснование которой содержится в опубликованных ранее работах автора, позволяющая рассчитывать распределение осредненных скоростей в рассматриваемых потоках в весьма широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса и относительных шероховатостей во всех зонах гидравлического сопротивления.

Ключевые слова: турбулентное течение, осредненная скорость, максимальная скорость, продольно-однородные течения, вычислительный эксперимент.

L. I. Vysotskiy, I. A. Babkin (FSBEE HPE "SSTU Gagarin")

SOME LAWS OF THE ELEMENTARY TURBULENT FLOW

The article describes the approach to define the ratios between averaged parameters of turbulent longitudinally-uniform flow. It is based not on the results of physical experiments, but on the transition to the computational experiment using a PC. It is shown that a good initial law is enough to calculate relations between parameters. Any (reasonable) value of global parameters (Reynolds number and relative roughness in this case) can be used. This approach does not require the construction of expensive experimental facility and allows you to get the desired results in the required (graphical or analytical) form. The approach is illustrated by searching the ratio of maximum and average velocities in the averaged longitudinally-uniform flow. The new formula, which detailed validation was published previously, is used as a basic ratio. The formula provides the calculation of distribution of averaged velocities in the investigated flows at a wide range of Reynolds number and relative roughness in all areas of hydraulic resistance.

Keywords: turbulent flow, averaged velocity, maximum velocity, longitudinallyuniform flow, computing experiment.

С прикладной точки зрения большую роль играет установление определенных соотношений параметров турбулентных продольнооднородных потоков. С этой целью на протяжении многих лет исследова-

тели различных стран для установления необходимых зависимостей по крупицам собирали экспериментальный материал, который обобщался и принимал вид некоторой эмпирической формулы. Экспериментаторам для охвата всего диапазона возможных вариаций исходных параметров приходилось разрабатывать и строить установки, совершенствовать технику измерений и методов обработки опытных данных.

Существует другой путь установления требуемых соотношений, который заключается в разработке теоретической базовой модели, позволяющей, в случае удачи, с помощью вычислительных экспериментов гораздо быстрее, точнее и дешевле определить искомые соотношения, причем в неограниченном диапазоне изменения исходных параметров.

Целью статьи является демонстрация реализации изложенной идеи на примере поиска взаимосвязи средних и максимальных скоростей, которая на протяжении многих лет привлекала внимание исследователей применительно к простейшим турбулентным течениям. К последним относятся продольно-однородные течения, то есть течения в трубах, плоских каналах (напорных и безнапорных) и погранслойных течениях при нулевом градиенте давления. Основными параметрами в такой задаче, то есть при определении соотношения $\frac{V}{\overline{u}_m}$ (средней и максимальной осредненной ско-

ростей), являются глобальное число Рейнольдса $\operatorname{Re}_{L} = \frac{V \cdot L}{v}$, относительная эквивалентная шероховатость $\frac{\Delta_{\Im}}{L}$, где L – характерная длина ($L = R_{0}$ – радиус трубы, L = H – глубина плоского безнапорного потока, L = H – половина толщины плоского напорного потока).

Исследованиями указанной закономерности занимались ученые А. Д. Альтшуль [1], Ф. А. Шевелёв [2], Г. П. Скребков [3, 4] и др.

Покажем, как после разработки удачной (по мнению авторов) модели

строения продольно однородного потока удалось получить универсальную формулу для распределения осредненных скоростей поперек потока. Наличие такой формулы дает возможность просто организовать вычислительный эксперимент, сводящийся к составлению необходимой программы для ПЭВМ, выполнению вычислений с ее помощью и обработке полученных результатов. При этом на заключительные процедуры (расчета и обработки полученных результатов вплоть до построения требуемых графиков искомых зависимостей) необходимо затратить достаточно мало времени (в пределах нескольких часов).

Ранее [4-7] была представлена модель осредненного продольнооднородного турбулентного потока с делением его на пять характерных зон, с описанием распределения коэффициента турбулентной вязкости v_т с учетом предложенных гипотетических представлений и обширного экспериментального материала.

Из вводимых пяти зон две относятся к так называемому «турбулентному ядру», то есть основной части турбулентного потока, в которой характер течения не подвержен влиянию твердых стенок. Пристенный слой толщиной δ_a делится на три зоны.

Первая зона турбулентного ядра относится к внешней его части толщиной $(1-A)\cdot L$, где L – либо радиус трубы R_0 , либо глубина плоского потока H. В этой зоне $v_T > 0$ и близко к своему максимальному значению. Приближенно можно для этой зоны принять $v_T \approx \text{const} = (v_T)_A$, то есть равенство ее значению v_T в точке A (на границе между первой и второй зонами) $v_T = k \cdot u_* \cdot A \cdot L$.

Во второй зоне турбулентного ядра (внутренней), где коэффициент турбулентной вязкости убывает от значения $(v_T)_A$ до значения на границе с пристенным слоем v_{cr} , закон изменения δ_T примем линейным (он широко известен):

$$v_{\mathrm{T}} = k \cdot u_* \cdot z$$
,

где *z* – расстояние от гладкой стенки, $\delta_{ct} \le z \le A \cdot L$, *A* <1;

k – константа Кармана.

Пристенный слой толщиной δ_{cr} делится на три зоны. В зоне, примыкающей к турбулентному ядру при $\delta_{cr} \le z \le \delta_{B}$, турбулентная вязкость продолжает убывать, но более интенсивно. В средней зоне пристенного слоя убывание v_{T} замедляется. При этом $\delta_{B} \le z \le \delta_{(-)}$.

Наконец, непосредственно примыкающий к гладкой стенке слой очень малой толщины $\delta_{(-)}$ (порядка $1,5\frac{v}{u_*}$), в котором турбулентная вязкость отрицательна (то есть $v_T < 0$). В этом слое возврат энергии осредненному движению превышает ее отбор турбулентностью. Наличие такого графика позволяет аппроксимировать распределение v_T по всей толщине турбулентного потока и, следовательно, не прибегая к данным измерения осредненных скоростей (они нужны лишь для проверки полученных результатов), а путем прямого интегрирования (численного или аналитического) уравнения равномерного движения (см. (1) получить зависимость u=u(z).

Итак, первым шагом для доведения решения задачи о распределении осредненных скоростей до логического завершения является аппроксимация распределения вихревой вязкости во всей толще продольнооднородного турбулентного потока (рисунок 1).

Соотношение толщин слоев $\delta_{(-)}$, $\delta_{_{B}}$ и $\delta_{_{CT}}$ принято с учетом наиболее часто повторяющихся экспериментальных данных о характерных длинах, связанных с пограничным слоем, в предположении об универсальности: $\delta_{(-)}: \delta_{_{B}}: \delta_{_{CT}} = 1,5:30:70$. Это соотношение делает определенными значения $\delta_{_{(-)}}$ и $\delta_{_{B}}$.



а – в зоне $0 \le z \le \delta_{(-)}$; *б* – в зоне $\delta_{(-)} \le z \le \delta_{cm}$

Рисунок 1 – График распределения $v_{T} = v_{T}(z)$

Таким образом, обозначены две основные зоны: пристенный слой и турбулентное ядро, каждая из которых подразделяется на три и две подзоны соответственно. Условные границы между ними не признаются жесткими. Они трансформируются в зависимости от основных параметров, влияющих на течение турбулентного продольно-однородного потока, глобального числа Рейнольдса Re_L и относительной шероховатости. Это означает, что введенные параметры $\delta_{\operatorname{cr}}$, *а* и *А* являются функциями Re_L и $\frac{\Delta}{L}$ в общем случае, функциями Re_L при гладких стенках и функциями только $\frac{\Delta}{L}$ при шероховатых стенках. Поскольку выражение для параметра $\delta_{\operatorname{cm}} = a \cdot \frac{v}{u_*}$ тождественным преобразованием приводится к виду:

$$\delta_{\rm cm} = a \cdot \frac{v}{u_*} \cdot \frac{VL}{VL} = a \frac{\frac{V}{u_*}L}{{\rm Re}_L},$$

Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации, № 1(13), 2014 г., [203-219] то δ_{ст} и *а* оказываются линейно зависимыми.

Следовательно, отысканию для идентификации эпюры распределения осредненных скоростей подлежат два параметра: *а* и *А*.

Поскольку доказательство о неизбежности существования слоя с отрицательной вихревой вязкостью у гладких стенок существует, а экспериментальных данных о ее распределении пока нет, приходится задавать $v_{\rm T} = v_{\rm T}(z)$ в пределах $0 \le z \le \delta_{(-)}$ гипотетически. Постараемся соблюсти при этом максимум правдоподобия. Во-первых, учтем, что пробные расчеты сразу же показали весьма высокую чувствительность полученных в процессе интегрирования уравнения (1) результатов к вводу слоя с $v_{\rm T} < 0$, что ограничило его толщину до $\delta_{(-)} = 1,5v/u_*$. Поскольку $|v_{\rm T}|_{\rm min}$ не может быть больше |v|, то пробные же расчеты показали, что приемлемым значением $v_{\rm Tmin}$ является величина $v_{\rm Tmin} = -0,2v$.

Кроме естественного условия, на стенке $v_{T}|_{v=0} = 0$, должно быть [5]:

$$\frac{dv_{T}}{dz}\Big|_{z=0} = 0 \ \text{i} \frac{d^{2}v_{T}}{dz^{2}}\Big|_{z=0} = 0.$$

Зададим с учетом сформулированных требований зависимость $v_{T}(z)$ графически (рисунок 1).

Подобное введение зависимости v_т делает легко осуществимым интегрирование основного уравнения равномерного движения:

$$\overline{u} = \frac{u_*^2}{(v + v_T)} \int_0^y \left(1 - \frac{y}{L}\right) dy.$$
(1)

Причем в пределах $0 \le z \le \delta_{cm}$ это проще всего сделать численно, в пределах $\delta_{cr} \le z \le A \cdot L$ – аналитически с неизбежным получением логарифмического закона, а при $A \cdot L \le z \le L$ – то же с получением параболического закона распределения осредненных скоростей.

При численном интегрировании уравнения (1) в пределах от z = 0 до

 $z = \delta_{cm}$ по методу трапеций или Симпсона получается набор данных с некоторым шагом в значениях осредненных скоростей в пристенном слое с представлением их в табличной форме [5].

Вне пределов пристенной зоны формулы для распределения осредненных скоростей имеют вид [5]:

- при доквадратичном и гладкостенном сопротивлении:

$$\frac{\overline{u}}{u_{*}} = \frac{\overline{u}_{cr}}{u_{*}} + 2,5 \left(\ln \frac{y}{\delta_{cr}} - \frac{y - \delta_{cr}}{L} \right) \text{ при } \delta_{cr} \le y \le A \cdot L;$$

$$\frac{\overline{u}}{u_{*}} = \frac{\overline{u}_{cr}}{u_{*}} + 2,5 \left(\ln \frac{AL}{\delta_{cr}} - A + \frac{\delta_{cr}}{L} \right) + \frac{2,5}{A} \left[\frac{y}{L} \left(1 - 0,5 \frac{y}{L} \right) - A + \frac{A^{2}}{2} \right] \text{ при } y > A \cdot L;$$

$$\frac{\overline{u}}{u_{*}} = \frac{\overline{u}_{cr}}{u_{*}} + \frac{2,5}{A} \left[\frac{y}{L} \left(1 - 0,5 \frac{y}{L} \right) - A + \frac{A^{2}}{2} \right] \text{ при } \delta_{cr} = A \cdot L, \text{ где } \overline{u}_{cm} = \overline{u} \Big|_{y = \delta_{cr}};$$

- при шероховатых стенках:

$$\begin{aligned} &\frac{u}{u_*} = 8,5+2,5 \left(\ln \frac{y}{\Delta} - \frac{y - \Delta}{L} \right) \text{ при } \Delta \leq y \leq A \cdot L \,; \\ &\frac{\overline{u}}{u_*} = 8,5+2,5 \left(\ln \frac{AL}{\Delta} - A + \frac{\Delta}{L} \right) + \frac{2,5}{A} \left[\frac{y}{L} \left(1 - 0,5 \frac{y}{L} \right) - A + \frac{A^2}{2} \right] \text{ при } y > A \cdot L \,; \\ &\frac{\overline{u}}{u_*} = 8,5 + \frac{2,5}{A} \left[\frac{y}{L} \left(1 - 0,5 \frac{y}{L} \right) - A + \frac{A^2}{2} \right] \text{ при } \Delta = A \cdot L \,, \text{ где } \overline{u}_{cr} = \overline{u} \Big|_{y = \delta_{cr}} \,, \end{aligned}$$

где Δ – высота выступа шероховатости (эквивалентной шероховатости).

Наличие приведенных формул позволяет без затруднений получить формулы для средней и максимальной скоростей [5].

В свою очередь, имея аналитические выражения этих скоростей, легко составить программу вычисления искомых соотношений V/u_m или u_m/V в заданном диапазоне изменения параметров Re_d (или Re_H) и λ_d (или λ_H) с помощью ПЭВМ с выдачей результатов вычислений как в табличной, так и в графической форме.

Изложенные процедуры были выполнены авторами. Итоговые

Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации, № 1(13), 2014 г., [203-219] результаты представляются далее.

Во-первых, их реализация позволила получить (с помощью ПЭВМ), массивы значений V/u_m , u_m/V при широком диапазоне значений глобального числа Рейнольдса (Re_d, Re_H) и относительных эквивалентных шероховатостей (Δ/R_0 , Δ/H). Принятый диапазон их измерений не был отмечен ни в одном экспериментальном исследовании. Представим искомые связи в графическом виде. Тогда в диапазоне изменения числа Рейнольдса от 4000 до 10⁹ при гладких стенках зависимость V/u_m от Re_d для круглых труб имеет вид, представленный на рисунке 2.



Рисунок 2 – График зависимости $V/u_m = f(\text{Re}_d)$ по данным вычислительного эксперимента для гладких стенок

Если диапазон значений Re_d расширить, начав его со значения 3000, то видно, что общая закономерность в начальной зоне нарушается. Последняя отражает сложные явления, сопровождающие переход ламинарного режима течения жидкости в турбулентный (рисунок 3).

Далее, если на едином графике объединить все расчетные данные, принадлежащие разным значениям относительной эквивалентной шероховатости Δ/R_0 , то отчетливо прослеживается влияние Δ/R_0 , выступающего здесь в качестве параметра (рисунок 4).



Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации, № 1(13), 2014 г., [203-219]

Рисунок 3 – График зависимости $V/u_m = f(\text{Re}_d)$ в расширенном диапазоне Re_d



Рисунок 4 – Графики зависимости $V/u_m = f(\lg \operatorname{Re}_d)$ с учетом влияния относительной шероховатости (по данным вычислительного эксперимента)

На рисунке 5 представлены графики зависимости $\frac{V}{\overline{u}_m} = f(\operatorname{Re}_d)$ для

гладких труб по Л. И. Высоцкому [5], А. Д. Альтшулю [1], Ф. Н. Шевелёву [2]. Совпадение приведенных графиков вполне удовлетворительное, их расхождение не превышает 3 %.



Рисунок 5 – Совмещенные графики $V/u_m = f(\text{Re}_d)$, предложенные различными авторами, с опытными данными М. В. Загаролы [16, 17]

Рисунок 6 представляет наложение собранных А. Д. Альтшулем [1] опытных данных на кривую Л. И. Высоцкого [5]. Незначительное отклонение опытных точек вниз от этой кривой, вероятно, объясняется тем, что условие гладкости стенок $\Delta = 0$, так легко осуществляемое при теоретических расчетах, практически никогда не выполняется в экспериментальных установках. Влияние относительной эквивалентной шероховатости заметно проявляется уже при значении $\frac{\Delta}{R_0} = 0,0005$. Это обстоятельство легко

усматривается из рисунке 6. Только при $\frac{\Delta}{R_0} = 0,000005$ кривые для этого

значения практически совпадают со случаем, когда $\frac{\Delta}{R_0} = 0$.



Рисунок 6 – Совмещенные данные вычислительного эксперимента с опытными данными, собранными А. Д. Альтшулем [1]

Любопытный результат получается, если единый график построить в координатах $\frac{\overline{u}_m}{V} = f(\sqrt{\lambda})$, все опытные точки в очень широком диапазоне значений λ ложатся на одну прямую. Это означает, что $\sqrt{\lambda}$ выступает в качестве единого параметра, объединяющего влияние числа Рейнольдса и относительной шероховатости (рисунок 7). Этот вывод не нов, на него имеются указания в работах В. Нуннера [8], А. Д. Альтшуля [1], Г. П. Скребкова, Н. А. Федорова [3], и др. [9-15]. На рисунке 8 представлен тот же график с нанесением опытных данных М. В. Загаролы [16, 17]. Для плоских продольно-однородных потоков получаются вполне аналогичные результаты. Это иллюстрируется рисунками 9-11.



1,13

1,09

1,05

0,06

0,07

0,08

Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации, № 1(13), 2014 г., [203-219]

Рисунок 7 – График зависимости $\frac{u_m}{V} = f\left(\sqrt{\lambda_d}\right)$

0,1

0,11

0,12

0,13

0,09

(по данным вычислительного эксперимента)



Рисунок 8 – Сопоставление данных вычислительного эксперимента с опытными данными М. В. Загаролы





Рисунок 9 – График зависимости $V/u_m = f(\lg \operatorname{Re}_H)$ (по данным вычислительного эксперимента)



Рисунок 10 – Зависимость $\frac{u_m}{V} = f\left(\sqrt{\lambda_H}\right)$

(по данным вычислительного эксперимента)





Рисунок 11 – Совмещенные данные вычислительного и физических экспериментов

И в этом случае диапазон изменения главных параметров $\operatorname{Re}_L, \Delta/L$, $\sqrt{\lambda}$ ни в одном из экспериментальных исследований не может претендовать на сопоставление с возможностями вычислительного эксперимента.

Таким образом, показано, насколько ускоряется процедура получения искомых соотношений и расширения их диапазона, если имеется в наличии надежная (опорная) теоретическая зависимость, легко поддающаяся надлежащей обработке методами вычислительного эксперимента. Имеет значение и обратный фактор, более полное подтверждение (или наоборот) надежности исходной теоретической зависимости.

Выводы

1 В статье излагается прием поиска требуемых соотношений с помощью физических экспериментов переходом к замене их вычислительными экспериментами.

2 Для возможности осуществления вычислительного эксперимента требуется предварительное отыскание некоторой базовой хорошо обусловленной теоретической зависимости, что представляет собой наиболее

Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации, № 1(13), 2014 г., [203-219] трудоемкую часть исследования.

3 Наличие базовой зависимости позволяет составить набор определенного числа искомых закономерностей, в которых параметрами являются определяющие критерии. Получение аналитического описания искомых закономерностей позволяет составить необходимую программу для выполнения вычислительного эксперимента с помощью ЭВМ с широким диапазоном вариаций определяющих критериев.

4 Реализация подобного подхода продемонстрирована применительно к поиску связей соотношения средних и максимальных скоростей в продольно однородных потоках с глобальным числом Рейнольдса и относительной эквивалентной шероховатостью.

5 Результаты сопоставления опытных и расчетных данных показывают их хорошую сходимость.

Список использованных источников

1 Альштуль, А. Д. Гидравлические сопротивления / А. Д. Альтшуль. – М.: Недра, 1970. – 216 с.

2 Шевелев, Ф. А. Исследование основных гидравлических закономерностей турбулентного движения в трубах / Ф. А. Шевелев. – М.: Госстройиздат, 1953. – 208 с.

3 Скребков, Г. П. О степенном распределении скоростей в плоских и круглых турбулентных потоках / Г. П. Скребков, Н. А. Фёдоров. – М.: Гидротехническое строительство, 2011. – № 7 – С. 90-95.

4 Скребков, Г. П. О проблеме гидравлического сопротивления призматических русел и пути их решения / Г. П. Скребков // Промышленная теплотехника и гидравлика: сб. ст. – Чебоксары: Чувашский гос. ун-т им. И. Н. Ульянова. – 1978. – Вып. 4. – С. 3-46.

5 Высоцкий, Л. И. Продольно-однородные осредненные турбулентные потоки / Л. И. Высоцкий, И. С. Высоцкий. – Саратов: СГТУ, 2011. – 560 с.

6 Vysotsky, L. I. New model of boundary 1ayer of longitudinally homogeneous flow at smooth wall / L. I. Vysotsky // Proceedings XXIX IAHR Conngress, Boijing. – China: Pappers on CD ROM, 2001. – 10 p.

7 Vysotsky, L. I. One model of turbulence's analysis based on the geometrized Reynolds equations / L. I. Vysotsky // Proceedings XXVIII IAHR Congress. – Graz. Austria: Pappers on CD ROM, 1999. – 8 p.

8 Nunner Wärmlübertragung und Druckabfall in rannen Rohren // VDI-Forschunysheft. – 1956. – № 455. – P. 73-87.

9 Брянская, Ю. В. Уточнение зависимостей Прандтля-Никурадзе для течений в гладких и шероховатых трубах / Ю. В. Брянская // Известия вузов. Строительство. – 1998. – № 9. – С. 116-120.

10 Ляпин, Ю. В. Алгебраические модели турбулентности для пристенных канонических течений (Немного истории и некоторые новые результаты) / Ю. В. Лапин, А. В. Гарбарук, М. Х. Стрелец // Проблемы турбулентности и вычислительная гидродинамика: научно-технические ведомости (к 70-летию кафедры «Гидроаэродинамика»). –2004. – Вып. 2. – С. 1-29.

11 Хлопков, Ю. И. Лекции по теоретическим методам исследования турбулентности: учеб. пособие / Ю. И. Хлопков, В. А. Жарков, С. Л. Горелов. – М.: МФТИ, 2005. – 179 с.

12 Guo, J. Turbulent velocity profiles in sediment-laden flows / J. Guo,
P. Y. Julien // Journal Hydraul. Res. - 2001. - № 39(1). - P. 11-23.

13 Gyr, A. Turbulent flows over smooth credible sand beds in flumes /
A. Gyr, A. Schmid // Journal of hydraulic research. – 1997. – Vol. 35. – № 4. –
P. 525-544.

14 Osterlund J. Stockholm, 1999 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.mech.kth.se/~jens/zpg/, 2013.

15 Osterlund, J. M. Measurements in a flat plate turbulent boundary layer / J. M. Osterlund, A. V. Johansson // Turbulence shear-flow phenomena 1.

TSFP-1. – Santa Barbara, USA, 1999. – 6 p.

16 Zagarola, M. V. A new mean velocity scaling for turbulent boundaru layers / M. V. Zagarola, A. J. Smits // Prouedings of FEDSM'98 DC. A. SME. FEDSM'98-4950. – P. 186-203.

17 Zagarola, M. V. Mean-flow scaling of turbulent pipe flow / M. V. Zagarola // Journal of Fluid Mechanics. – 1998. – Vol. 373. – P. 33-79.

Высоцкий Лев Ильич – доктор технических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А.» (ФГБОУ ВПО «СГТУ им. Гагарина Ю. А.»), профессор, заслуженный деятель науки и техники РСФСР. Контактный телефон: 8-845-228-89-38.

E-mail: vysotli@yandex.ru

Vysotskiy Lev Ilich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Federal State Budget Educational Establishment of Higher Professional Education "Yuri Gagarin State Technical University of Saratov" (FSBEE HPE "SSTU Gagarin"), Professor, Honored Scientist of the RSFSR. Contact telephone number: 8-845-228-89-38. E-mail: vysotli@yandex.ru

Бабкин Игорь Александрович – Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А.» (ФГБОУ ВПО «СГТУ им. Гагарина Ю. А.»), ассистент. Контактный телефон: +7(987) 839-53-42.

E-mail: tgs@sstu.ru

Babkin Igor Aleksandrovich – Federal State Budget Educational Establishment of Higher Professional Education "Yuri Gagarin State Technical University of Saratov" (FSBEE HPE "SSTU Gagarin"), Assistant. Contact telephone number: +7(987) 839-53-42.

E-mail: tgs@sstu.ru